

TÉRSZEMLÉLET FEJLESZTÉS ALAPOZÁSA TANGRAMMAL

Szerző:

Nagy Lehocky Zsuzsa (Ph.D.)
Konstantin Filozófus Egyetem
Nyitra/Univerzita Konštantína
Filozofa v Nitre (Szlovákia)

Lektorok:

Szabó Tibor (Ph.D.)
Konstantin Filozófus Egyetem
Nyitra/Univerzita Konštantína
Filozofa v Nitre (Szlovákia)

Petzné Tóth Szilvia (Ph.D.)
Széchenyi István Egyetem
Győr (Magyarország)

Szerző e-mail címe:
znlehocka@ukf.sk

...és további két anonim lektor

Absztrakt

A tanulmányban egy térfejlesztésre fókuszáló projekt egyik fejlesztési programjának feladatait és gyakorlatban való kipróbálásának tapasztalatait foglaljuk össze. A térérzékelés és a térbeli tudatosság fejlesztése kulcsfontosságú a gyerekek számára, mivel ezek az alapvető készségek számos területen hasznosak az életük során. A térérzékelés többek között magában foglalja a térbeli információk észlelését, az objektumok közötti kapcsolatok felismerését. A térbeli tudatosság azt jelenti, hogy a gyerekek képesek megérteni és kezelni a térben történő eseményeket. A Tangram játék segítheti a gyerekeket a térben való gondolkodásban. A különféle alakzatokat alkotva fejleszthetik általa térbeli tudatosságukat.

Kulcsszavak: térszemlélet, matematika, tangram

Diszciplína: matematika pedagógia

Abstract

*FOUNDATION OF SPATIAL APPROACH DEVELOPMENT
WITH TANGRAM*

In this study, we summarize the tasks of one of the development programs of a project focusing on space development and the experiences of testing it in practice. Developing spatial perception and spatial awareness is key for children, as these basic skills are useful in many areas of their lives. Spatial perception includes the perception of spatial

information, the recognition of relationships between objects. Spatial awareness means that children are able to understand and manage what is happening in space. Tangram play can help children think in space. They can develop their spatial awareness by creating different shapes.

Keywords: spatial approach, mathematics, tangram

Disciplines: mathematics, pedagogy

Nagy Lehoczy Zsuzsa (2023): Térszemlélet fejlesztés alapozása tangrammal. *OxIPO – interdiszciplináris tudományos folyóirat*, 2023/3. 59-69. DOI 10.35405/OXIPO.2023.3.59

A téri gondolkodás kialakulásának kezdeti szakaszában a mozgás, a cselekvés, a taktilis és más érzékszervi tapasztalatok határozzák meg a fejlődést. Később egyre fontosabb szerepe lesz a szimbolikus megismerésnek, például a nyelv, a gesztusok, a térképek és a modellek használatának (Clements, 1998; Newcombe és tsai, 2013). Tangramos feladatainkkal elsősorban a taktilis és érzékszervi tapasztalatokra helyeztük a hangsúlyt. Amit nem látunk, vagy nem tapasztalunk, azt nem tudjuk elképzelni sem, tehát a konkrét tevékenységekből kiindulva jutunk el az absztrakt gondolkodásig.

Iskoláskorba lépven a gyerekek mentális műveletek elvégzésére válnak képessé, amik tulajdonképpen logikai rendszerbe illeszkedő, belsővé tett cselekvések. A műveleti gondolkodás lehetővé teszi, hogy a gyerekek tárgyakat és cselekvéseket fejben összerakjanak, szétválasszanak, sorba rendezzenek és átalakítsanak. Ezek a műveletek azért konkrétak, mert a bennük

részt vevő tárgyak és események jelenlétében hajtódnak végre. Gondolkodásukat konkrét műveletek irányítják, melyek ismérvei a mi feladataink esetében egyrészt a decentralálás: a gyerekek a tárgynak egyszerre egynél több tulajdonságát is képesek figyelembe venni, és többszörös kritériumok alapján képesek kategóriákat képezni. Másrészt a logikai szükségszerűség: a gyerekek megértik, hogy bizonyos tulajdonságok megőrzése logikailag szükségszerű a látszat megváltozása ellenére is. Harmadrészt a változatlanul hagyás: a gyerekek felfogják, hogy ha semmit sem vesznek el, és nem is adnak hozzá, a mennyiség azonos marad (Peller, 2003).

A téri gondolkodás részét képezi a geometriai fogalomalkotás, ami egy kognitív folyamat, amely lehetővé teszi a tanulók számára, hogy rendszerezzenek információkat, megértsék a környezetüket, kommunikáljanak másokkal, és hatékonyabban kezeljék az információkat. Spontán módon vagy oktatás révén történő elsajátításuk

megtörténhet közvetlen tapasztalás alapján, vagy fogalom meghatározások megtanulása útján is (Mező, 2022; Mező és Mező, 2019).

A szlovákiai állami oktatási program alapján „A Geometria és mérés” tematikus részen belül a tanulók adott utasítások alapján térbeli alkotásokat hoznak létre, megismerkednek az alap síkbeli alakzatokkal és azok tulajdonságaival. Megtanulják továbbá összehasonlítani, megbecsülni és lemérni a hosszúságot. Tehát az alsó tagozatos matematika oktatás a geometrián belül első osztályban a síkbeli alakzatok felismerésére és megrajzolására, illetve a mérés elsajátítására helyezi a hangsúlyt. Harmadik és negyedik évfolyamban kerül sor kockákból való építésre (Net1). A felsőbb évfolyamokban ezen témakörök spirális kibővítésére kerül sor elsősorban. A tanulók megismerkednek az alap térbeli alakzatokkal és a tengelyes illetve a középpontos szimmetriával (Net2).

A térszemlélet eddigieknél hatékonyabb fejlesztésére van szükség a geometria órákon, hiszen a térben való tájékozódás, térbeli alakzatok létrehozása és az ezekhez készült műszaki rajzok értelmezése fontos munkaerő piaci képességelemek. A térszemléletet használjuk a magánélet számos területén, az autózéstartástól a lakberendezésig, de a mentális téri műveletekre az interneten való böngészéskor is szükség van. Fontos a tanulók meglévő tudását minél szélesebb körben kiterjeszteni, a tudástranszfert előtérbe helyezni, hogy a problémamegoldás rutinfeladatnak számítsa az oktatási folyamatokban és így az élet

számos területén sikereket érjenek el (Petzné és Csiszár. 2023).

A Tangram

A geometria tanításában a Tangram puzzle felhasználható segédeszközként konkrét matematikai fogalmak bemutatására, ösztönözve a gyermekek megfigyelését, képzelet fejlődését, alak-elemzését, kreativitását és logikus gondolkodását. A Tangram, kínai puzzle megtévesztően egyszerű négyzet alapú alakzat, mely hét geometriai alakzatra van felbontva. Öt háromszögből (két kis háromszög, egy közepes háromszög és két nagy háromszög), egy négyzetből és egy paralelogrammából áll. Amikor a darabok egymáshoz vannak illesztve elképesztő különféle formákra mutatnak, számtalan geometriai koncepciót megtestesítve. A darabok különlegessége, hogy a hét alakzat együttesen egy négyzetté illeszthető össze.

A tanítási célok szempontjából a Tangram a geometria tanításában segíti a:

1. geometriai ismeretek,
2. logikai készségek,
3. geometriai térszemlélet fejlesztését.

Alkalmazhatjuk továbbá

- motivációs feladatok megoldására,
- a terület és kerület tanítására,
- a tengelyes szimmetria tanítására,
- az alakzatok hasonlóságának tanítására.

A Tangram alkalmazása a matematika órákon valóban sokrétű alkalmazást tesz lehetővé. Segíthet a formák megnevezésében és a térbeli tudatosság fejleszté-

sében. Nem utolsó sorban pedig a tanulók általa könnyebben megérthetik a geometriai kapcsolatokat.

A feladatok megvalósítása

A feladatok kipróbálására három általános iskola 5. évfolyamos (10 -11 éves), 65 tanulójaival került sor. A feladatok egy projekt megvalósításának első évének feladatai voltak, melynek fő célja a gyerekek térszemléletének fejlesztése. Az első feladat csoport, igaz, hogy síkbeli segédeszközök alkalmazásával volt megoldható, de az ezzel szerzett tapasztalatok a térszemlélet fejlesztése szempontjából nem hiábavalók.

A gyerekek számára teljesen ismeretlen volt ez a kirakós „játék”. Kíváncsian álltak hozzá a feladatokhoz, nem volt elképzelésük mire is jó ez az eszköz. Ez abból a szempontból előnyös volt, hogy mindenki tiszta lappal indult és egy egészen más gondolkodásmódot sajátítottak el.

Célok, melyeket a feladatok alkalmazásakor szem előtt tartottunk:

- A tudatos észlelés, a megfigyelés és a figyelem fejlesztése. Saját megfigyelések, megtapasztalások kifejezésének gyakorlása szóban, valamint tárgyi tevékenységgel.
- Szemléletfejlesztés, a problémaérzékenység fejlesztése.
- Egyénileg és párban való tevékenykedés, együttműködés.
- Térszemlélet fejlesztése. Finommotorika, percepció fejlesztése. Rész-egész kapcsolatok megfigyelése.

- Kreativitás fejlesztése önálló alkotások létrehozásával, mások alkotásaink értelmezésével.
- Geometriai ismeretek alapozása.
- Tájékozódás a síkon.
- Kerület, terület fogalom alakítása, becslés, mérés.

A konkrét feladatok megvalósítása előtt szükséges volt néhány előkészítő tevékenységet megvalósítani:

1. Rajzoljanak egy házat, pl. egy négyzet, rajta egy háromszög. Vágják egy tetszés szerinti egyenessel két vagy több darabra (mint a puzzle darabok) és adják oda egy társuknak, hogy találja ki, mi lett szétvágva. Egyénekenként lehet összerakni a puzzle darabokat, majd utána cserélnek a gyerekek egymás között (lásd: 1. kép).

1. kép: nyitrai tanulói munka. Forrás: a Szerző



2. kép: újvári tanulói munka. Forrás: a Szerző



2. Mérjék meg egy minta tangram méreteit egy jó nagy, keménypapír ábrán, majd próbálják meg lemásolni kicsiben, füzetlapra. Megbeszélik, hogy melyek a fontos adatok, mire kell ügyelni a szerkesztésnél.

3. Szerkesszenek keményebb papírból tangramot, tegyék borítékba és azok az osztály közös kincsei lesznek. Szabad alkotás, nem kell minden elemet felhasználni. Használhatnak egyszerre több készletből is elemeket. Az alkotásokról (lásd: 2. kép) fényképek készültek.

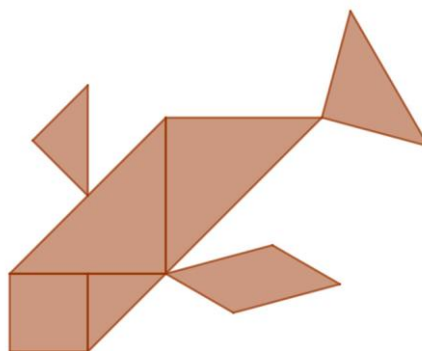
4. Rakjanak ki új ábrákat, ezeket már rajzolják körbe, majd egészítsék ki tetszés szerinti vonalakkal.

5. Most nézzenek meg néhány különleges tangram ábrát (a részletek nélkül), hogy elcsodálkozzanak, pont 7 elemből mennyi minden készíthető.

Miután sikerült ezen előkészítő tevékenységeket megvalósítani, a feladatok megoldása került sorra. A következőkben összefoglaljuk feladatonként a pedagógusok észrevételeit és tapasztalatait.

1. Feladat: Jól figyeld meg a következő képet (lásd: 3. kép), majd takard le és emlékezetből rakd ki!

3. kép: Halacska kirakása. Forrás: a Szerző



Értékelés: A feladat nagyon tetszett a tanulóknak. Kis verseny alakult ki közöttük, igyekeztek minél hamarabb tökéletesen kirakni a képet. Legtöbbjük ki tudta rakni, bár voltak kisebb eltérések a mintához képest. Például: a farokrész és az uszonyok állása (lásd: 4. kép).

A feladathoz nagyon pozitívan álltak hozzá, amit az is bizonyított, hogy több ilyen feladatot kértek, és más alakzatokat is kiraktak. A tanulóknak ez a feladat nem okozott gondot.

Ennek a feladatnak a kapcsán át lett ismételve a négyzet, háromszög fogalma, meg lett mutatva, hogy milyen az egyenlő szárú háromszög.

4. kép: gútai tanuló megoldása. Forrás: a Szerző



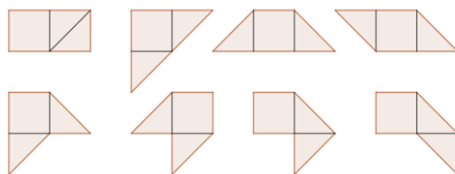
2. Feladat: A négyzet és a két kis háromszög segítségével alkossatok olyan alakzatokat, ahol az egyenlő hosszú oldalakat illesztitek egymáshoz. Találjátok meg az összes megoldást és állapítsátok meg tulajdonságaikat: kerület, terület és párhuzamos oldalak szerint (lásd: 5. kép). Csoportosítsátok őket különböző szempontok szerint!

Értékelés: Ennek a feladatnak a megoldása nagyon sok időt vett igénybe. Sokáig tartott, amíg megtalálták az összes megoldást de addig próbálkoztak, míg végül minden alakzatot megtaláltak. A gyerekeknek nem okozott gondot az egyforma hosszúságú oldalak egymás mellé illesztése, de a tulajdonságok megállapításával már gondban voltak.

Az is eltartott egy ideig, míg rájöttek arra, hogy ha egyenlő részekből vannak kirakva az alakzatok, akkor a területük is egyenlő kell legyen. A kis háromszögek és a négyzet területe között gyorsan meglátták az összefüggést, de a teljes területtel már voltak gondok.

A terület, kerület alapján való sorbarendezés tehát már nehezebb feladat volt. Ezt közösen oldották meg. Terület megértése könnyebb volt, mivel rájöttek, hogy a két háromszög területe megegyezik a négyzet területével, megállapították, hogy ugyanazok az alakzatok, így a területnek is egyeznie kell. A kerület fogalmát kevésbé értették meg.

5. kép: terület és kerület meghatározása. Forrás: a Szerző



3. Feladat: Szabadon alkoss egy képet a Tangram minden darabjának felhasználásával!

Értékelés: Nagyon kreatív képek keletkeztek. Az első feladat után ez a feladat nyerte el leginkább a gyerekek tetszését, sőt ennek a feladatnak volt a legnagyobb sikere. Még a tanítási óra után is küldték a jobbnál jobb képeket, alakzatokat (lásd: 6. kép).

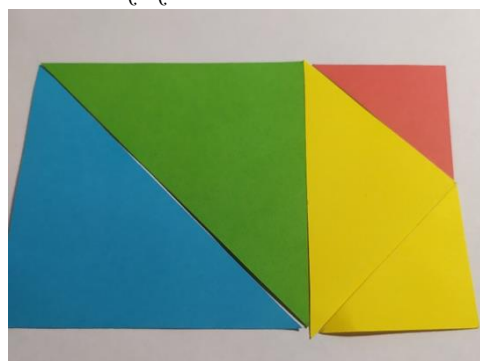
A képek alkotása közben átismételték az alakzatok közti összefüggéseket. Például a babakocsi esetében a két kis háromszög pont akkora, mint a négyzet, így készült a kocsi két egyforma négyzet alakú kereke.

6. kép: gútai és újvári tanuló megoldása. Forrás: a Szerző



a területekre feltett kérdést. Ugyanazokat az alakzatokat használtuk fel, ezért ugyanakkora a területe. Nem volt könnyű meggyőzni a kételkedőket, hogy ugyanúgy, mint a 4. feladatban, ha ugyanazokból a részekből rakjuk ki az alakzatokat, a területük mindig egyenlő lesz.

7. kép: gútai és újvári tanuló megoldása. Forrás: a Szerző



4. Feladat: Az összes háromszög felhasználásával rakj ki két különböző kerületű téglalapot. Egyforma a területük?

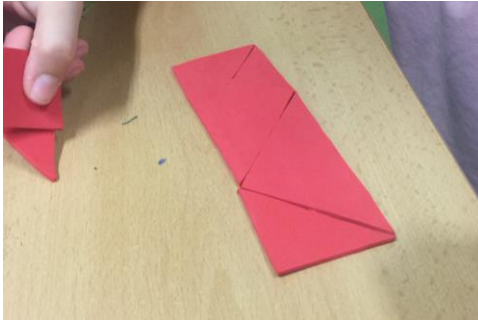
Elemzés: Ez a feladat a gyerekeknek nagyon tetszett és könnyen megoldották (lásd: 7. kép). Egyszerűen megoldhatónak bizonyult. Mivel már megbeszéltük az előző feladat esetében a területeket, ezért szinte mindenki hibátlanul válaszolta meg

5. feladat: Milyen négyszögeket tudsz kirakni a háromszögekből?

Elemzés: A tanulók csupán a négyzetet és a téglalapot rakták ki (lásd: 8. kép). Megnevezték, a négyzet és a téglalap közötti hasonlóságokat és különbözőségeket. Ezt a két alakzatot ismerik régebb óta és a szabályos nekik csupán azt jelentette. Utána megbeszéltük a másik két alakzatot is. A

problémát a trapéz és a paralelogramma megnevezése okozta, mivel ezekkel a fogalmakkal eddig nem találkoztak.

8. kép: a feladat nyitri megoldása. Forrás: a Szerző



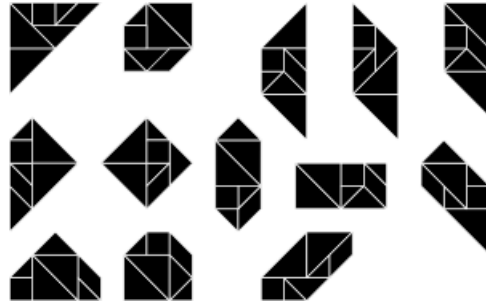
6. Feladat: Ilyen alakú terítőink vannak (lásd: 9. kép). Színes zsinórral be akarjuk szegni. Feladataid:

- Becsüld meg, melyik terítőhöz kell a leghosszabb szegőanyag!
- Becsüld meg, melyik terítőhöz kell a legrövidebb szegőanyag!
- Mit gondolsz melyik terítőkhöz kell ugyanannyi szegőanyag?

Értékelés: Ezt a feladatot kevesen oldották meg hiba nélkül. Sokan tévesztettek, pár alakzatot rossz helyre soroltak. Voltak, akik végképp nem tudták megoldani egyedül, így végül társaikkal oldották meg ezt a feladatot. A területet hamarabb megértették, mint a kerületet, még akkor is, ha az azért mindenkinek világos volt, hogy melyek azok az oldalak, melyek ugyanakkorák. Minél több csúcsa van az alakzatnak, annál hamarabb mondták rá gondolkodás nélkül a gyerekek, hogy a leghosszabb szegő szükséges hozzá. Ebben a

feladatban az okozta a nehézséget, hogy összemosták a kerület és terület fogalmakat. Néhányan azt állították, ha egyenlő a terület, akkor a kerület is az. Végül méréssel, körbekerítéssel bizonyítottuk, hogy ez nem így van.

9. kép: Terítők zsinórozása. Forrás: a Szerző

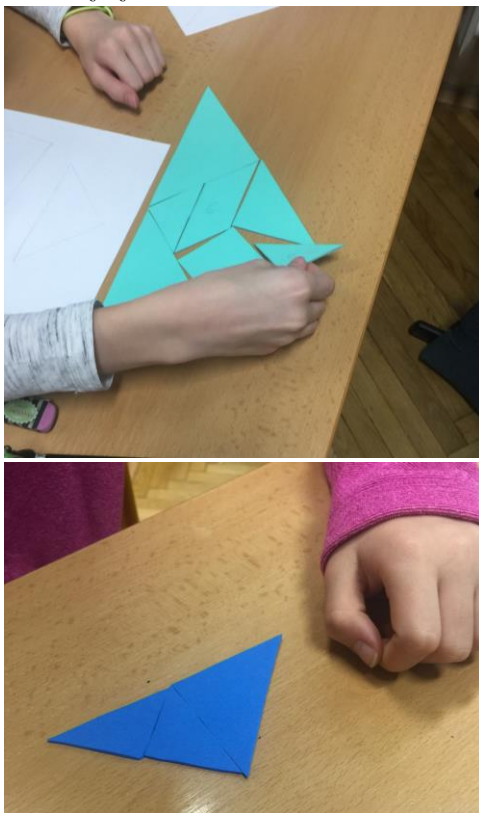


7. Feladat: Alkossatok háromszöget két, három, négy, öt, hat és végül mind a hét darab Tangram alakzat felhasználásával. Rajzoljátok le a megoldásokat!

Értékelés: A két alakzatra gyorsan érkezett a válasz. Szinte máris mutatták, kiabálták a két megoldást. A három darab felhasználásával is sikerült a háromszög kirakása, de a négy alakzat összeillesztése már sokkal nehezebben ment. Csupán 6 gyerek tudta a megoldást arra, hogy az összes alakzathoz hogyan rakjuk ki a háromszöget (lásd: 10. kép). A feladat további része tehát nehéznek bizonyult, csak néhány tanuló tudta a feladatot sikeresen egyedül elvégezni. Így végül a feladatot közösen oldották meg. Megfigyelhető volt az is, hogy a tanulók helyesen használják az alakzatok nevét. Figyeltek az

oldalak közötti összefüggésekre, és indokolták, hogy mit hová tegyünk és miért.

10. kép: nyitrai és újvári tanulói munkák. Forrás: a Szerző



8. Feladat:

a) Becsüld meg, melyik ábra (lásd: 11. kép) kerülete a leghosszabb!

b) Becsüld meg, melyik ábra kerülete a legrövidebb!

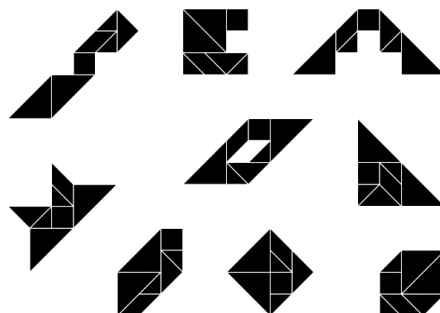
c) Vajon mely ábrák kerülete egyenlő?

Ellenőrizzük méréssel a becslésünket!

Értékelés: Ezzel a feladattal sem a nyitrai, sem a gútai tanulók (42 tanuló) nem tudtak

mit kezdeni. Mivel a 7. feladat megoldásánál is nehézségekbe ütköztek, voltak, akik magyarázat után sem értették meg. A tanulók feladatmegoldás előtt megbeszülték, hogy melyik lesz a leghosszabb, legrövidebb illetve egyenlő kerületű alakzat. Madzag segítségével méréseket végeztek és azokat össze is hasonlították.

11. kép: kerület, terület becslése. Forrás: a Szerző



9. Feladat: Minden elem felhasználásával fedd le az előre megadott alakzatokat! Az alakzatok a 12. képen láthatók.

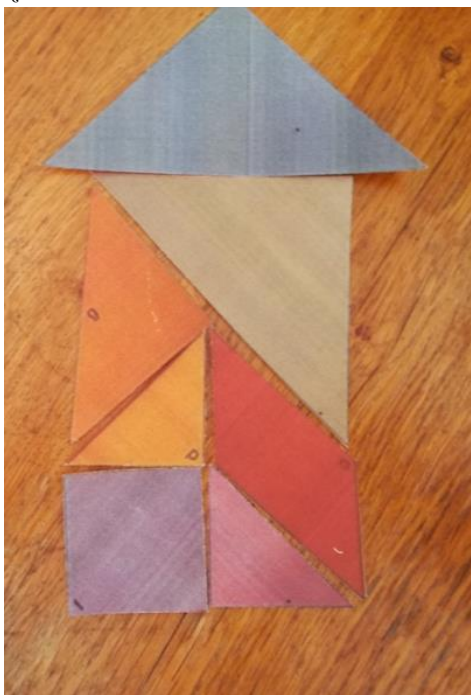
12. kép: a házikók körvonalai. Forrás: a Szerző



Értékelés: Ez a feladat ismét nagyon tetszett a tanulóknak. Mindenki örömmel látott neki a feladat elvégzésének. A kerület, terület után ismét játszhattak, ezért újra

verseny alakult ki közöttük. Ez a feladat a kedvencek közé lett sorolva, bár sokat dolgoztak vele, míg megszületett a helyes megoldás (lásd: 13. kép).

13. kép: gútai tanulói munka. Forrás: a Szerző



10. Feladat: A mi utcánkban lerajzoltuk néhány ház oromfalát. Rajzoljátok le, milyennek képzelitek az utcát! (Ezzel már a térbeli alakzatok felé lépkedünk). Színezzetek ki a házakat, rajzolhattok fákat is! Lásd: 14. kép.

Összegzés

A manipulációs tevékenységek alkalmazása hozzájárult a gyerekek térbeli szem-

14. kép: gútai tanulói munka. Forrás: a Szerző



léletének fejlesztéséhez. Felismertük, hogy a feladatok megoldása során a gyerekek felváltva dolgoztak térben és síkban oly módon, hogy először manipuláltak, forgatták a Tangramot a térben, majd a meglévő darabokkal kirakták az eredményt a síkban. A legtöbb tanuló fejlett síkmanipulációs készségekkel rendelkezik, és képesek észrevenni a sík alapvető geometriai alakzatai közötti kapcsolatokat. Ha a sík geometriai fogalmait nem értik és hiányoznak az ezzel kapcsolatos tapasztalatok, akkor a térlátás fejlesztése nehezebb vagy hiányosabb lehet.

Irodalom

- Clements, D. H. (1998). *Geometric and Spatial Thinking in Young Children*. Arlington, Virginia: National Science Foundation.
- Mező, F. (2022). Fogalomalkotó gondolkodást fejlesztő gyakorlatok az OxIPOmodell aspektusából. *OxIPO – interdiszciplináris tudományos folyóirat*,

- 2022/3. 43-55. Doi
[10.35405/OXIPO.2022.3.43](https://doi.org/10.35405/OXIPO.2022.3.43)
- Mező F. és Mező K. (2019): Az OxIPO-modell – az interdiszciplináris kutatások egy lehetséges értelmezési kerete. *OxIPO – interdiszciplináris tudományos folyóirat*, 2019/1, 9–21. Doi
[10.35405/OXIPO.2019.1.9](https://doi.org/10.35405/OXIPO.2019.1.9)
- Newcombe, N. S. (2013). Seeing Relationships: Using Spatial Thinking to Teach Science, Mathematics, and Social Studies. *American Educator*, 37(1), 26-40.
- Peller, J. (2003): *A matematikai ismeretszerzési folyamatról*. ELTE Eötvös Kiadó, Budapest.
- Petzné Tóth, Sz. és Csiszár, V.(2023): Tudástranzfer az alsó tagozatos matematika oktatásban. *Közösségi Kapcsolódások* 2023(1), 133–147. Doi
[10.14232/kapocs.2023.1.133-147](https://doi.org/10.14232/kapocs.2023.1.133-147)
- Net1:Štátny vzdelávací program. Letöltés: 2023. 9.12. URL:
https://www.statpedu.sk/files/articles/dokumenty/statny-vzdelavaci-program/matematika_isced1.pdf
- Net2: Štátny vzdelávací program. Letöltés: 2023.9.12. URL:
https://www.statpedu.sk/files/articles/dokumenty/statny-vzdelavaci-program/matematika_isced2.pdf